

Géométrie plane : ce qu'il faut savoir

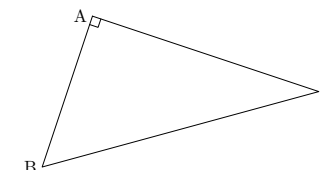
1 Triangles rectangles

1.1 Vocabulaire

Sur la figure ci-contre, ABC est un triangle rectangle en A car (AB) et (AC) sont perpendiculaires. Le côté $[BC]$ est appelé *l'hypoténuse* du triangle rectangle, c'est le plus grand côté.

Pour l'angle aigu \widehat{B} , le côté $[AB]$ est le côté adjacent, et le côté $[AC]$ est le côté opposé.

Pour l'angle aigu \widehat{C} , le côté $[AC]$ est le côté adjacent, et le côté $[AB]$ est le côté opposé.



1.2 Théorème de Pythagore

Théorème 1

- Si un triangle est rectangle alors, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés de l'angle droit.
- Réciproquement, si dans un triangle le carré du plus grand côté égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.

1.3 Cercle circonscrit

Théorème 2

Si un triangle est rectangle, alors son cercle circonscrit a pour diamètre l'hypoténuse du triangle.

Théorème 3

Si on joint un point d'un cercle aux extrémités d'un de ses diamètres, on obtient un triangle rectangle dont l'hypoténuse est ce diamètre.

1.4 Trigonométrie

Propriété 1

Si ABC est un triangle rectangle en A , alors :

$$\left. \begin{aligned} \cos \widehat{B} &= \frac{\text{côté adjacent à } \widehat{B}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AB}{BC} \\ \sin \widehat{B} &= \frac{\text{côté opposé à } \widehat{B}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AC}{BC} \\ \tan \widehat{B} &= \frac{\text{côté opposé à } \widehat{B}}{\text{côté adjacent à } \widehat{B}} = \frac{AC}{AB} \end{aligned} \right| \begin{aligned} \cos \widehat{C} &= \frac{\text{côté adjacent à } \widehat{C}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AC}{BC} \\ \sin \widehat{C} &= \frac{\text{côté opposé à } \widehat{C}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AB}{BC} \\ \tan \widehat{C} &= \frac{\text{côté opposé à } \widehat{C}}{\text{côté adjacent à } \widehat{C}} = \frac{AB}{AC} \end{aligned}$$

Propriété 2

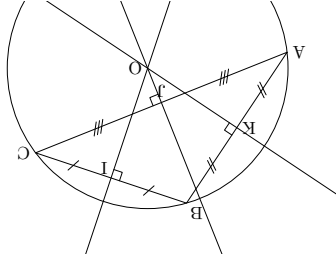
Si x est la mesure d'un angle aigu, alors on a :

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \quad \text{et} \quad (\cos x)^2 + (\sin x)^2 = 1$$

2 Droites remarquables du triangle

2.1 Médiatrices

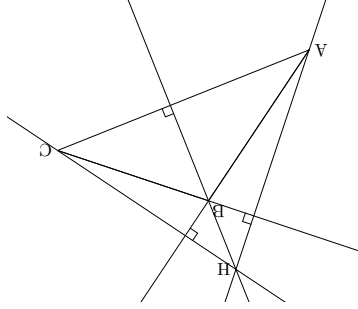
Propriété 3
Dans un triangle, les médiatrices des trois côtés sont concourantes en un point qui est le centre du cercle circonscrit au triangle.



Exemple 1
Sur la figure ci-contre, O est le centre du cercle circonscrit à ABC . On a : $AO = BO = CO$.

2.2 Hauteurs

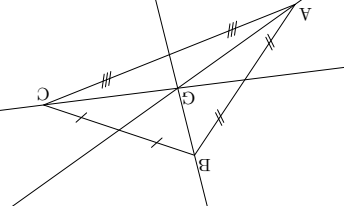
Propriété 4
Dans un triangle, les trois hauteurs sont concourantes en un point qui est appelé l'orthocentre du triangle.



Exemple 2
Sur la figure ci-contre, H est l'orthocentre du triangle ABC .

2.3 Médianes

Propriété 5
Dans un triangle, les trois médianes sont concourantes en un point qui est le centre de gravité du triangle.



Exemple 3
 ABC est un triangle de centre de gravité G , et I est le milieu de $[BC]$. On a alors :
 $\frac{AG}{AI} = \frac{2}{3}$ ou encore : $AG = \frac{2}{3} \times AI$

Le centre de gravité d'un triangle est situé aux $\frac{2}{3}$ de chaque médiane en partant du sommet.

3 Angle inscrit. Angle au centre

Définition 1

- On appelle *angle inscrit* dans un cercle \mathcal{C} un angle \widehat{BAC} formé par trois points A , B et C du cercle.
- On appelle *angle au centre* interceptant le même arc que l'angle inscrit précédent, l'angle \widehat{BOC} , où O est le centre du cercle \mathcal{C} .

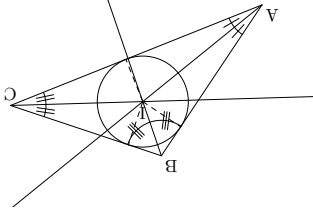
Propriété 8

Dans un cercle, l'angle au centre mesure le double de chaque angle inscrit qui intercepte le même arc.

Exemple 4

Avec les notations de la définition 1, on a :

$$\widehat{BOC} = 2 \times \widehat{BAC}$$



Propriété 7

Dans un triangle, les bissectrices des trois angles sont concourantes en un point qui est le centre du cercle inscrit dans le triangle.