Exemple 1 (Un problème d'alignement)
Soit A, B et C trois points non-alignés. On note J le barycentre des points pondérés $(B, 1)$ et $(C, 2)$, et on note G le barycentre des points pondérés $(A, -4)$, $(B, 1)$ et $(C, 2)$.

1. Justifier l'existence des points J et G.
2. Démontrer que les points A, J et G sont alignés.

Exemple 2 (Un problème de droites concourantes)
Soit ABC un triangle. On considère les points I, J et K définis par :
I est le milieu de $[AB]$; $\vec{JC} = \frac{2}{3}\vec{JA}$ et $\vec{BK} = 3\vec{BC}$.

1. Faire une figure.
2. a. Déterminer des coefficients α et β pour que I soit le barycentre de (A, α) et (B, β).
   b. Déterminer des coefficients γ et δ pour que J soit le barycentre de (C, γ) et (A, δ).
   c. Déterminer des coefficients ϵ et η pour que K soit le barycentre de (B, ϵ) et (C, η).
3. Démontrer que les droites (AK), (BJ) et (CI) sont concourantes au point G barycentre des points pondérés $(A, 2)$, $(B, 2)$ et $(C, -3)$.

Exemple 3 (Un problème de lieu)
Soit ABC un triangle de centre de gravité G et K le barycentre des points pondérés $(A, 2)$, $(B, 2)$ et $(C, -1)$. Déterminer l'ensemble des points M du plan qui vérifient :

1. $2\vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC}$ colinéaire à $\vec{AB}$;
2. $||2\vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC}|| = ||2\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}||$;
3. $||2\vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC}|| = ||\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}||$.

Exemple 1 (Un problème d'alignement)
Soit A, B et C trois points non-alignés. On note J le barycentre des points pondérés $(B, 1)$ et $(C, 2)$, et on note G le barycentre des points pondérés $(A, -4)$, $(B, 1)$ et $(C, 2)$.

1. Justifier l'existence des points J et G.
2. Démontrer que les points A, J et G sont alignés.

Exemple 2 (Un problème de droites concourantes)
Soit ABC un triangle. On considère les points I, J et K définis par :
I est le milieu de $[AB]$; $\vec{JC} = \frac{2}{3}\vec{JA}$ et $\vec{BK} = 3\vec{BC}$.

1. Faire une figure.
2. a. Déterminer des coefficients α et β pour que I soit le barycentre de (A, α) et (B, β).
   b. Déterminer des coefficients γ et δ pour que J soit le barycentre de (C, γ) et (A, δ).
   c. Déterminer des coefficients ϵ et η pour que K soit le barycentre de (B, ϵ) et (C, η).
3. Démontrer que les droites (AK), (BJ) et (CI) sont concourantes au point G barycentre des points pondérés $(A, 2)$, $(B, 2)$ et $(C, -3)$.

Exemple 3 (Un problème de lieu)
Soit ABC un triangle de centre de gravité G et K le barycentre des points pondérés $(A, 2)$, $(B, 2)$ et $(C, -1)$. Déterminer l'ensemble des points M du plan qui vérifient :

1. $2\vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC}$ colinéaire à $\vec{AB}$;
2. $||2\vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC}|| = ||2\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}||$;
3. $||2\vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC}|| = ||\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}||$.